

Методика визначення оптимальних точок розміщення засобів радіомоніторингу

Methods of Determination of Optimal Points of Radio Monitoring Means Placement

Сергій Дупелич¹, Віктор Бовсуновський¹, Дмитро Якимець¹, Олександр Жанталай²
Serhii Dupelych, Viktor Bovsunovskyi, Dmytro Yakymets, Oleksandr Zhantalai

¹ *Korolyov Zhytomyr Military Institute*

22 Prospect Myru, Zhytomyr, 10004, Ukraine

² *Military unit A3438*

selo Krasnosilka, Lymanskyi raion, Odesa, 67560, Ukraine

DOI: [10.22178/pos.70-1](https://doi.org/10.22178/pos.70-1)

LCC Subject Category: [TL500-777](#)

Received 22.04.2021

Accepted 28.05.2021

Published online 31.05.2021

Corresponding Author:

Viktor Bovsunovskyi

vovctor@i.ua

© 2021 The Authors. This article is licensed under a [Creative Commons Attribution 4.0 License](#)



Анотація. Ефективність функціонування системи радіомоніторингу залежить від правильності визначення координат розміщення засобів радіомоніторингу на етапі планування їх застосування. При цьому рішення щодо вибору позиції для розміщення засобів радіомоніторингу повинно враховувати неоднорідність рельєфу місцевості в районі виконання завдань, наявність природних перешкод і радіоелектронних завад, які можуть призводити до погіршення умов прийому сигналів від джерел радіовипромінювань. Використання відомих методів, методик і алгоритмів розміщення засобів радіомоніторингу не дозволяє повною мірою враховувати зазначені вище вимоги. Це призводить до зниження ефективності застосування засобів радіомоніторингу у визначеному районі виконання завдань. Тому метою даної статті є розроблення методики просторового розміщення засобів радіомоніторингу для забезпечення підвищення ефективності ведення радіомоніторингу у визначеному районі виконання завдань з урахуванням неоднорідностей рельєфу місцевості, а також природних і штучних радіоелектронних завад. Визначення координат розміщення засобів радіомоніторингу, включених до складу системи радіомоніторингу, передбачає визначення допустимих варіантів їх розміщення у визначеному районі виконання завдань з використанням математичного апарату функції щільного розміщення та її годографу та подальшого прорідження матриці допустимих рішень на основі встановлених обмежень. Відмінною рисою запропонованого підходу є розв'язання оптимізаційної задачі геометричного проектування для областей радіомоніторингу складних просторових форм. Разом із цим, також враховуються особливості комплектування системи радіомоніторингу засобами різних типів.

Розроблену методику доцільно використовувати для планування застосування системи радіомоніторингу; формування робочих рішень щодо побудови системи радіомоніторингу; оцінювання якості прийнятих рішень і формування альтернативних варіантів; забезпечення адаптації структури системи радіомоніторингу до змін обстановки в умовах впливу противника та утворення нових зон радіоелектронних завад.

Ключові слова: розміщення об'єктів; засоби радіомоніторингу.

Abstract. The effectiveness of the radio monitoring system depends on the correctness of determining the coordinates of the location of radio monitoring tools at the stage of planning their application. The decision on the choice of position for radio monitoring should consider the heterogeneity of the terrain in the area of tasks, the presence of natural and electronic interference, which can

lead to deterioration of conditions for receiving signals from radio sources. The use of the known methods, techniques, and algorithms for the placement of radio monitoring tools does not fully consider the requirements mentioned above. This leads to a decrease in the effectiveness of radio monitoring in a particular area of performance. Therefore, the purpose of this article is to develop a methodology for spatial placement of radio monitoring to ensure the effectiveness of radio monitoring in a particular area of tasks, taking into account the heterogeneity of the terrain, as well as natural and artificial electronic interference. Determining the coordinates of radio monitoring facilities included in the radio monitoring system involves determining the allowable options for their placement in a particular area of tasks using the mathematical apparatus of the dense placement function and its hodograph and further thinning of the matrix of acceptable solutions based on restrictions. A distinctive feature of the proposed approach is the optimization problem of geometric design for radio monitoring of complex spatial forms. At the same time, the peculiarities of completing the radio monitoring system using different types are also taken into account. It is expedient to use the developed technique for the planning of application of the system of radio monitoring; formation of working decisions on the construction of the radio monitoring system; assessing the quality of decisions and the formation of alternatives; ensuring the adaptation of the structure of the radio monitoring system to changes in the situation under the influence of the enemy and the formation of new zones of electronic interference.

Keywords: location of objects; means of radio monitoring.

ВСТУП

За допомогою засобів радіомоніторингу (РМ) здійснюється виявлення різноманітних джерел радіовипромінювань (ДРВ) та визначаються місця їх розташування. Тому правильне просторове розміщення засобів РМ є важливим завданням. Одним із можливих шляхів його вирішення є визначення координат точок розміщення засобів РМ, що в загальному випадку передбачає визначення структури системи РМ під час планування її застосування, оскільки від правильності розміщення засобів РМ істотно залежить ефективність функціонування самої системи.

Відповідно, якісне вирішення завдання просторового розміщення засобів РМ дозволить істотно підвищувати ефективність системи РМ без додаткових апаратурних затрат. Таким чином, розроблення та удосконалення методів та методик оптимізації розміщення засобів РМ є важливим та актуальним науково-практичним завданням.

Відомі підходи до розміщення засобів різних радіоелектронних систем та алгоритми пошуку оптимального розташування засобів РМ в районі виконання завдань [1–6] не можуть бути використані безпосередньо, оскільки в зазначених роботах розглядаються області

РМ, які описані лише канонічними просторовими формами. У той же час у реальних умовах геометричні параметри зазначених областей РМ значно складніші, що обумовлено неоднорідністю рельєфу місцевості району виконання завдань та наявністю як природних, так і штучних радіоелектронних завад. Отже, розміщення засобів РМ з використанням відомих підходів не дозволяє враховувати низку вагомих чинників, що впливають на розв'язання зазначеної задачі, а тому призводить до зниження ефективності застосування системи РМ в цілому.

Таким чином, *метою статті* є розроблення методики просторового розміщення засобів РМ шляхом розв'язання оптимізаційної задачі геометричного проектування для областей РМ складних просторових форм з урахуванням впливу рельєфу місцевості та радіоелектронних завад.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

У загальній постановці задача про розміщення певних об'єктів в районі виконання завдань є задачею геометричного розташування визначення множини об'єктів, які підлягають розміщенню.

Нехай склад системи РМ визначено у вигляді множини засобів РМ $SS^* = \{SS_{iz}^*\}$, де $z = \overline{1, Z}$ – кількість типів засобів РМ, $i = \overline{1, Iz}$ – кількість засобів РМ z -го типу з областями РМ складних просторових форм.

У цьому разі задача геометричного розташування областей РМ полягає у визначенні такої множини точок їх розміщення $W^*(\phi, \lambda)$ з географічними координатами ϕ, λ у районі виконання завдань, за якої буде забезпечено екстремум критерію ефективності застосування засобів РМ з урахуванням рельєфу місцевості, складності просторових форм областей огляду кожного із засобів РМ z -го типу та впливу радіоелектронних завад:

$$W^*(\phi, \lambda) = \arg \text{extr} [SS_{iz}^*, Per, \phi, \lambda], \quad (1)$$

де Per – множина зон впливу радіоелектронних завад.

Завдання просторового розміщення засобів РМ зводиться до пошуку такого набору їх координат, який гарантує розв'язання цільової задачі (1). При цьому ефективність рішення істотним чином залежить від особливостей виконання цільових завдань кожним засобом РМ z -го типу, що визначається параметрами його області РМ. Поставлену задачу доцільно деталізувати таким чином:

- задано деякий район виконання завдань – однозв'язну область простору $\Omega(\phi, \lambda)$;

- до складу системи РМ входить Iz різнотипних засобів РМ, кожному з яких відповідає своя область РМ Obl_{iz} , задана геометричними параметрами Zon_{iz} , і які можуть бути розміщені в точках Θ , позначених географічною системою координат (ϕ, λ) ;

- у районі виконання завдань задано множину зон впливу радіоелектронних завад Per_e , в яких розміщення засобів РМ недоцільне або неможливе, де $e = \overline{1, E}$ – кількість таких зон;

- кожна зона впливу радіоелектронних завад може впливати на область РМ певного засобу РМ (залежно від їх взаємного розташування);

- множина Z замкнутих областей РМ утворює z -кратне, покриття $\Omega(\phi, \lambda)$, $1 \leq z \leq Z$, якщо кожна точка Θ з $\Omega(\phi, \lambda)$ належить як мінімум z таким областям, причому кратність покриття визначається кількістю типів засобів РМ, які входять до складу системи РМ.

Для введених означень задача просторового розміщення засобів РМ зводиться до такого: потрібно z -кратно покрити район виконання завдань $\Omega(\phi, \lambda)$ наявними засобами РМ з областями РМ складних просторових форм так, щоб координати кожного знаходилися в $\Omega(\phi, \lambda)$ і області РМ однотипних засобів РМ не перетиналися, забезпечуючи при цьому найбільш повне покриття району виконання завдань з урахуванням зон впливу радіоелектронних завад. Тобто потрібно знайти такі $W^*(\phi, \lambda)$ набори координат, за яких кожен засіб РМ займе позицію, яка відповідатиме одному з цих наборів. При цьому потрібно, щоб: два однотипні засоби РМ не використовували один набір координат, а їх дійсні області РМ $RObl_{iz}^i(Zon_{iz})$ та $RObl_{iz}^j(Zon_{iz})$ не перетиналися між собою і зонами впливу радіоелектронних завад; кількість точок району виконання завдань у дійсній області РМ була максимальною. З урахуванням викладеного математична постановка задачі просторового розміщення засобів РМ може бути подана таким чином:

$$\begin{cases} W^*(\phi, \lambda) = \arg \max_{Per_e \in \Omega(\phi, \lambda)} \left[\bigcup_{z=1}^Z \bigcup_{i=1}^{Iz} \left(Obl_{iz}(Zon_{iz}) / \bigcap_{e=1}^E Per_e(Zon_e) \right) \right], \\ RObl_{iz}(Zon_{iz}) \in \Omega(\phi, \lambda), \\ RObl_{iz}^i(Zon_{iz}) \cap RObl_{iz}^j(Zon_{iz}) = \emptyset, \\ RObl_{iz}(\phi_{iz}, \lambda_{iz}) \cap Per_e(Zon_e) = \emptyset, \end{cases} \quad (2)$$

де $RObl_{iz}(Zon_{iz})$ – дійсна область РМ i -го засобу РМ z -го типу.

Для забезпечення розв'язання задачі доцільно ввести в район виконання завдань $\Omega(\phi, \lambda)$ прямокутну сітку з кроком ε . Нехай $Net = \{net_k\}$ – множина елементів сітки (точок у районі, що розглядається), тобто $net_k \in \Omega(\phi, \lambda)$, де $k = \overline{1, K}$ – кількість вузлів сітки. Для кожного елемента net_k на відстані ε знаходиться щонайменше ще один такий елемент. Якщо їх більше, ніж один, то відстань між ними становить 2ε або $\sqrt{2}\varepsilon$. На евклідовому просторі це відповідає певній структурі, яка складається з квадратів, вершинами яких є елементи Net . У той же час в ε -околі (на відстані, не більшій за ε) будь-якої точки району виконання завдань $\Omega(\phi, \lambda)$ повинен існувати хоча б один еле-

мент сітки Net , а величина кроку ε має бути значно меншою відносно розмірів $\Omega(\phi, \lambda)$.

Після введення прямокутної сітки доцільно вважати дійсну область РМ $RObl_{iz}(net_k)$ i -го засобу РМ z -го типу, що знаходиться у вершині з номером k , дискретною множиною, яка складається з елементів Net і відповідає безперервній множині $RObl_{iz}(Zon_{iz})$, визначеній раніше.

Оскільки район виконання завдань обмежений і ε – раціональне число, то можна прийняти, що задана множина $Net = \{net_k\}$ – скінченна, а деяке Z -кратне покриття району виконання завдань $\Omega(\phi, \lambda)$ буде визначатися таким набором:

$$W(\phi, \lambda) = \{\mu(RObl_{iz}(net_k)), \phi, \lambda\}, \quad i = \overline{1, Iz}, \quad z = \overline{1, Z}, \quad k = \overline{1, K} \quad W(\phi, \lambda) \in \Omega(\phi, \lambda), \quad (3)$$

де $\mu(RObl_{iz}(net_k))$ – невід'ємна адитивна функція, задана на сукупності множин $RObl_{iz}$, яка характеризує площу дійсної області РМ i -го засобу РМ z -го типу в точці net_k .

Таким чином, задача Z -кратного розміщення засобів РМ відповідає визначенню такого набору $W^*(\phi, \lambda)$ з можливих (3), за якого буде

забезпечено розв'язання задачі (2) у такому вигляді:

$$W^*(\phi, \lambda_k) \Leftrightarrow \sum_{z=1}^Z \sum_{i=1}^I \left(\mu(Obl_{iz}(net_k)) - \sum_{e=1}^E \mu(Obl_{iz}(net_k) \cap Per_e(net_k)) \right) \rightarrow \max, \quad (4)$$

де $\mu(Obl_{iz}(net_k))$ – площа області РМ i -го засобу РМ z -го типу;

$\mu(Obl_{iz}(net_k) \cap Per_e(net_k))$ – площа перетину $Obl_{iz}(net_k)$ з e -ю зоною впливу радіоелектронних завад.

Проведений аналіз показав, що для задачі просторового розміщення засобів РМ область допустимих розміщень не випукла і має складну геометричну форму, а функція цілі є багатоекстремальною. Екстремуми цільової функції можуть бути досягнутими в області допустимих рішень та на їх межах, а простір параметрів, на якому вона визначена, залежить від кількості засобів РМ і буде мати розмірність $(IZ \times K)$.

Для визначення координат розміщення засобів РМ, включених до складу системи РМ, на основі математичної оптимізаційної моделі (4) запропоновано методику просторового

розміщення засобів РМ, яка передбачає визначення допустимих варіантів розміщення засобів РМ на основі встановлених обмежень та визначення координат розміщення засобів РМ шляхом прорідження матриці допустимих рішень [7].

Області РМ засобів РМ z -го типу подані у вигляді, як у таблиці 1, де $Obl'_{mz} = SS_{iz}(net_k) \in \{SS_{iz}\} \times \{net_k\}$ – об'єкт, який характеризує область РМ i -го засобу РМ z -го типу за його розміщенням в точці net_k , де $m = \overline{1, KI}$ – порядковий номер варіанта розміщення засобу РМ z -го типу в $\Omega(\phi, \lambda)$.

Таблиця 1 – Можливі варіанти розміщення засобів РМ

$Obl'_{1z} = SS_{1z}(net_1)$	$Obl'_{2z} = SS_{2z}(net_1)$...	$Obl'_{Iz} = SS_{Iz}(net_1)$
$Obl'_{Iz+1} = SS_{1z}(net_2)$	$Obl'_{Iz+2} = SS_{2z}(net_2)$...	$Obl'_{2Iz} = SS_{Iz}(net_2)$
...
$Obl'_{Iz(K-1)+1} = SS_{1z}(net_K)$	$Obl'_{Iz(K-1)+2} = SS_{2z}(net_K)$...	$Obl'_{KIz} = SS_{Iz}(net_K)$

Для врахування впливу зон з радіоелектронними завадами необхідно розрахувати параметри дійсних областей РМ кожного із засо-

бів РМ z -го типу для кожної точки їх можливого розміщення за таким виразом:

$$RObl'_{iz} = Obl'_{iz}(net_k) / \left(\bigcup_{e=1}^E Per_e(net_k) / \bigcap_{e=1}^E Per_e(net_k) \right), \quad \forall k \in \Omega(\phi, \lambda), \quad iz = \overline{1, Iz}, \quad z = \overline{1, Z}. \quad (5)$$

З урахуванням (5) можливі варіанти розміщення засобів РМ z -го типу в районі виконання завдань можуть бути подані у вигляді, як показано в таблиці 2., де $RObl'_{mz}$ – об'єкт, який характеризує дійсну область РМ i -го засобу РМ z -го типу в точці net_k , $m = \overline{1, KIz}$ – кількість варіантів розміщення засобів РМ z -го типу.

Для отриманих варіантів розміщення областей РМ засобів РМ z -го типу $RObl'_{mz}$ правило вибору допустимих рішень може бути сформоване у вигляді симетричної матриці

$Dz = |d_{mz}|$ розмірністю $KIz \times KIz$, елементи якої визначаються за таким виразом (6):

Таблиця 2 – Можливі варіанти розміщення дійсних областей РМ

$RObl'_{1z}$	$RObl'_{2z}$...	$RObl'_{Iz}$
$RObl'_{Iz+1}$	$RObl'_{Iz+2}$...	$RObl'_{2Iz}$
...
$RObl'_{Iz(K-1)+1}$	$RObl'_{Iz(K-1)+2}$...	$RObl'_{KIz}$

$$d_{nmz} = \begin{cases} 1 \text{ при } RObl'_{mz}, RObl'_{nz} \in \Omega(\phi, \lambda), RObl'_{mz} \cap RObl'_{nz} = \emptyset, RObl'_{mz} \cap Per_e = \emptyset, RObl'_{nz} \cap Per_e = \emptyset, \\ 0 - \text{в іншому випадку,} \end{cases} \quad (6)$$

де $RObl'_{nz}$ – об'єкт, який характеризує $RObl'_{iz}$ при n -му варіанті розміщення, $n = \overline{1, KIz}$.

Отримання значень елементів d_{mz} за умови $(mz - nz) \cdot (Iz)^{-1} \notin \overline{1, K-1}$ у задачі розміщення засобів виконується за допомогою відомих підходів пошуку екстремуму за наявності рівняння зв'язку. Одним з них є застосування математичного апарату функції щільного розміщення та її годографу [8].

Функція щільного розміщення об'єктів визначає залежність між їх полюсами від взаємного розташування, а для системи РМ – дов-

жину вектора відстані між областями РМ iz^i -го та iz^j -го засобу РМ. За відомої орієнтації областей РМ годограф вектора відстані між об'єктами становить собою лінію на площині, яка охоплює область РМ iz^i -го (iz^j -го) засобу РМ z -го типу з полюсом у точці його розташування. Властивістю годографа функції щільного розміщення є те, що в разі розташування iz^i -го (iz^j -го) засобу РМ z -го типу в її внутрішніх точках, області РМ $RObl'_{iz}$ та $RObl'_{iz}$ перетинаються, на її межі області

огляду дотикаються, за її ж межами вони не мають спільних точок. Таким чином, матриця Dz є носієм інформації про допустиме розміщення областей РМ засобів РМ z -го типу в районі виконання завдань з урахуванням зон впливу радіоелектронних завад.

У результаті виконання процедури визначення допустимих варіантів розміщення засобів РМ на основі встановлених обмежень для кожного їх типу в Z матрицях містяться допустимі послідовності, яким відповідає допустиме рішення завдання просторового розміщення засобів РМ. Для прорідження матриць допустимих рішень необхідно встановити набір тестів, відповідно до яких здійснюватиметься відсів часткових рішень, що не можуть бути доведені до оптимального. Тому доцільно використати додаткові визначення, які зазвичай використовують для задачі, що розглядається [8].

Повна послідовність – це послідовність $\{\beta_{s1z}, \beta_{s2z}, \dots, \beta_{smz}\} \in \text{Dop}(Line_{sz})$, у якій не існує такого елемента $\beta_{s(m+1)z} \in Line_{sz}$, для якого має місце послідовність $\{\beta_{s1z}, \beta_{s2z}, \dots, \beta_{smz}, \beta_{s(m+1)z}\} \in \text{Dop}(Line_{sz})$, де $\text{Dop}(Line_{sz})$ – сукупність допустимих послідовностей варіантів розміщення засобів РМ z -го типу; $s = \overline{1, S}$ – кількість допустимих послідовностей, при чому $\overline{\text{Dop}}(Line_{sz})$ – сукупність усіх повних послідовностей варіантів розміщення засобів РМ z -го типу в районі виконання завдань.

Для будь-якої повної послідовності може бути визначений pz -й початковий $Line_{sz}^p = \{\beta_{s1z}, \beta_{s2z}, \dots, \beta_{spz}\}$ та tz -й кінцевий $Line_{sz}^t = \{\beta_{stz}, \beta_{s(t+1)z}, \dots, \beta_{smz}\}$ відрізки, при чому $Line_{sz} = Line_{sz}^p + Line_{sz}^t$, а відрізки однієї послідовності спряжені за умови $tz = pz + 1$.

Родова множина послідовностей $Line_{sz} \in \text{Dop}(Line_{sz})$ – це множина $\text{Init}(Line_{sz}^p) \subset \overline{\text{Dop}}(Line_{sz})$, яка складається з усіх повних допустимих послідовностей, у яких $Line_{sz}^p$ – початковий відрізок.

Множина продовжень – це сукупність $\text{End}(Line_{sz}^t)$ усіх кінцевих відрізків елементів

родової множини $\text{Init}(Line_{sz}^p)$, спряжених з $Line_{sz}^p$.

Якщо однотипні засоби РМ мають різні технічні характеристики, то можна вважати, що певний варіант розміщення засобу РМ z -го типу з пронумерованих $RObl_{mz}'$ має перевагу над варіантом $RObl_{nz}'$ (тобто $\beta_{smz} \succ \beta_{snz}$), якщо для будь-якої точки $net_k \in Net$ справедливе відношення

$$RObl_{lz}(net_k) \supset RObl_{tz}(net_k), \quad (7)$$

де $pz = mz - Iz \cdot \text{entier}\left((mz-1)(Iz)^{-1}\right)$ – початковий відрізок повної послідовності варіантів розміщення всіх засобів РМ z -го типу;

$tz = nz - Iz \cdot \text{entier}\left((nz-1)(Iz)^{-1}\right)$ – кінцевий відрізок повної послідовності варіантів розміщення всіх засобів РМ z -го типу;

$\text{entier}(\cdot)$ – оператор, що означає взяття цілої частини числа.

Результатом виконання цих операцій буде визначена перевага варіантів розміщення засобів РМ z -го типу над іншими того ж типу у такому вигляді:

$$\beta_{s1z} \succ \beta_{s2z} \succ \dots \succ \beta_{slz}. \quad (8)$$

Для системи РМ допустимою послідовністю дійсних областей РМ засобів РМ z -го типу з множини $\text{Dop}(Line_{sz})$ буде будь-яка з послідовностей $Line_z = (\beta_{1z}, \beta_{2z}, \dots, \beta_{iz})$, де $\beta_{iz} \in \overline{KIz}$, $i \in \overline{1, p}$, $p \leq K$, для якої справедлива умова:

$$\begin{aligned} d_{mnz} &= 1, \quad \beta_{mz} \neq \beta_{nz}, \quad \beta_{mz} \in \overline{1, Iz}, \\ \beta_{nz} &= \overline{1, Iz}, \quad mz \in \overline{1, KIz}, \quad nz \in \overline{1, KIz}. \end{aligned} \quad (9)$$

На множині допустимих послідовностей дійсних областей РМ засобів РМ z -го типу доцільно ввести функціонал:

$$F(\beta_{1z}, \beta_{2z}, \dots, \beta_{iz}) = \sum_{mz=1}^{Iz} \mu(RObl_{mz}'), \quad (10)$$

де $\mu(RObl_{mz}')$ – площа дійсної області РМ i -го засобу РМ z -го типу в точці net_k .

Тоді задачу (4) з урахуванням (10) та необхідності мінімізації функціонала F можна записати у такому вигляді:

$$\begin{aligned} W^*(\phi, \lambda) &\Leftrightarrow Dop^*(Line_s) = \\ &= \arg \min F(\beta_{s1}, \beta_{s2}, \dots, \beta_{si}), \quad , \\ s &= \overline{1, S}, \quad i = \overline{1, Iz} \end{aligned} \quad (11)$$

де $Dop^*(Line_s)$ – множина оптимальних варіантів розміщення засобів РМ.

Оскільки функціонал (10), заданий на множині допустимих варіантів z -кратного покриття району виконання завдань $Dop(Line_s)$, відповідає умовам:

$$\begin{aligned} Line_{1z}^{p1} &\in Dop(Line_s), \quad Line_{1z}^{p2} \in Dop(Line_s), \\ Line_{1z}^{t1} &= Line_{1z}^{t2}, \quad F(Line_{1z}^{p1}) \geq F(Line_{1z}^{p2}), \end{aligned} \quad (12)$$

де $Line_{1z}^{p1}$ – початковий відрізок будь-якої з допустимих послідовностей;

$Line_{1z}^{p2}$ – початковий відрізок будь-якої іншої послідовності з допустимих;

$Line_{1z}^{t1}$ – кінцевий відрізок першої послідовності;

$Line_{1z}^{t2}$ – кінцевий відрізок другої послідовності;

то на нього розповсюджується принцип монотонної рекурсивності [7] і справедлива нерівність:

$$F(Line_{1z}^1) \geq F(Line_{1z}^2). \quad (13)$$

На основі зазначеного узагальнений підхід до розв'язання поставленої задачі може бути

сформульовано таким чином: якщо для двох допустимих послідовностей варіантів розміщення засобів РМ z -го типу $Line_{1z}^1 = (\beta_{1z}^1, \beta_{2z}^1, \dots, \beta_{iz}^1)$, $iz \leq Iz$, та $Line_{1z}^2 = (\beta_{1z}^2, \beta_{2z}^2, \dots, \beta_{iz}^2)$, $iz \leq Iz$, виконуються умови:

$$\beta_{iz}^1 \succ \beta_{iz}^2, \quad i = \overline{1, p},$$

$$F(\beta_{1z}^1, \beta_{(t+1)z}^1, \dots, \beta_{iz}^1) > F(\beta_{1z}^2, \beta_{(t+1)z}^2, \dots, \beta_{iz}^2), \quad (14)$$

то родова множина послідовності $Line_{1z}^2$ може бути виключена з розгляду.

Таким чином, методика просторового розміщення засобів РМ включає 5 етапів:

1. Формування таблиць можливих варіантів розміщення засобів РМ (у вигляді, як у таблиці 1).

2. Розрахунок значень дійсних областей РМ за допомогою формули (5) та приведення значень елементів таблиці 1 до вигляду, як у таблиці 2.

3. Формування симетричних матриць у вигляді допустимих розміщень дійсних областей РМ у районі виконання завдань за правилом (6).

4. Включення в множину $Dop(Line_s) = \{Dop(Line_{sz})\}$, $z = \overline{1, Z}$ допустимих послідовностей варіантів розміщення засобів РМ.

4.1. Якщо $Dop(Line_s) \in \emptyset$, то для вирішення завдання необхідно доукомплектувати систему РМ.

4.2. Якщо $Dop(Line_s) \neq \emptyset$ та $|Dop(Line_s)| \leq 10^4$, то для визначення елементів $Dop^*(Line_s)$ доцільне розв'язання задачі (4) методом прямого перебору.

4.3. Якщо $Dop(Line_s) \neq \emptyset$ та $|Dop(Line_s)| > 10^4$, то для визначення елементів $Dop^*(Line_s)$ слід здійснювати скорочення множини допустимих розв'язків за допомогою процедури відсіву рішень, що не можуть бути доведені до оптимального, за формулами (7)–(14).

5. Визначення координат розміщення засобів РМ у вигляді послідовностей $\{\beta_{s1}, \beta_{s2}, \dots, \beta_{si}\} \in Dop^*(Line_s)$, яким відповідають послідовності об'єктів $RObl'_{1z}, RObl'_{2z}, \dots, RObl'_{mz}$, при цьому кожному з них згідно з таблиці 2 відповідає номер засобу РМ z -го типу, що підлягає розміщенню, та номер точки з координатами ϕ, λ , у якій цей засіб РМ буде знаходитися.

У результаті застосування запропонованої методики множина $W^*(\phi, \lambda)$ міститиме географічні координати точок, яким відповідає розв'язання задачі просторового розміщення засобів РМ з урахуванням вимог до рознесення засобів РМ, впливу рельєфу місцевості та зон радіоелектронних завад.

ВИСНОВКИ

Таким чином, у результаті проведених досліджень на основі запропонованої математичної оптимізаційної моделі z -кратного розміщення об'єктів удосконалено методику розміщення засобів РМ. Вона може бути застосована для: планування застосування системи РМ; формування робочих рішень щодо побудови системи РМ; оцінювання якості прийнятих рішень і формування альтернативних варіантів; забезпечення адаптації структури системи РМ до змін обстановки в умовах впливу противника та утворення нових зон радіоелектронних завад.

Перспективи подальших досліджень у даному напрямку полягають у розробленні методики визначення оптимальної топології системи РМ з урахуванням вимог показника якості її функціонування, який характеризує ступінь взаємозв'язку між елементами системи.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Kovalev, A. (2011). *Optimizacija razmeshhenija sredstv traektornyh izmerenij geneticheskimi algoritmi* [Optimization of placing of trajectory measurements means by genetic algorithms]. *Programmnye produkty i sistemy*, 4, 64–66 (in Russian)
[Ковалев, А. (2011). Оптимизация размещения средств траекторных измерений генетическими алгоритмами. *Программные продукты и системы*, 4, 64–66].
2. Zhuravskiy, Yu. (2009). *Optimizatsiia rozmishchennia nazemnykh zasobiv radioelektronnoi borotby* [Optimization of placement of ground means of electronic warfare]. *Trudy universytetu*, 91, 52–58 (in Ukrainian)
[Журавський, Ю. (2009). Оптимізація розміщення наземних засобів радіоелектронної боротьби. *Труди університету*, 91, 52–58].
3. Shherbakov, G., Lindval', V., Spirina, E., & Letajaf, M. (2004). *Reshenie zadach optimizacii territorial'nogo razmeshhenija radioperedajushhih stancij pri proektirovanii setej svyazi* [The Decision of Problems of Optimization of Territorial Arrangement of the Radio-Transmitting Stations at Design of Transmission Networks]. *Jelektronika i jelectrotehnika*, 3(52), 47–51 (in Russian)
[Щербakov, Г., Линдваль, В., Спирина, Е., & Летаяф, М. (2004). Решение задач оптимизации территориального размещения радиопередающих станций при проектировании сетей связи. *Электроника и электротехника*, 3(52), 47–51].
4. Ermolaev, S. (2010). *Optimal'noe razmeshhenie bazovykh stancij* [Optimal placement of base stations]. *Telecommunication Sciences*, 1(1), 82–90 (in Russian)
[Ермолаев, С. (2010). Оптимальное размещение базовых станций. *Telecommunication Sciences*, 1(1), 82–90].
5. Kuznecov, V. (2009). *Metody pokrytija mnogosvjaznyh ortogonal'nyh mnogougol'nikov dlja zadach optimal'nogo razmeshhenija sensorov v oblasti monitoringa* [Methods for covering multiply connected orthogonal polygons for optimal placement of sensors in the monitoring area] (Doctoral thesis). Ufa (in Russian)
[Кузнецов, В. (2009). Методы покрытия многосвязных ортогональных многоугольников

для задач оптимального размещения сенсоров в области мониторинга (Кандидатская диссертация). Уфа].

6. Kochkarov, A., Jackin, D., & Rahmanov, O. (2016). *Osobennosti reshenija zadachi geometricheskogo monitoringa* [The monitoring problem and its connection with the problem of covering connected spaces]. *Izvestija JuFU. Tehnicheskie nauki*, 2(175), 158–168 (in Russian)
[Кочкаров, А., Яцкин, Д., & Рахманов, О. (2016). Особенности решения задачи геометрического мониторинга. *Известия ЮФУ. Технические науки*, 2(175), 158–168].
7. Mihalevich, V., & Volkovich, V. (1981). *Vychislitel'nye metody issledovanija i proektirovanija slozhnyh system* [Computational methods of research and design of complex systems]. Moscow: Nauka (in Russian)
[Михалевич, В., & Волкович, В. (1981). *Вычислительные методы исследования и проектирования сложных систем*. Москва: Наука].
8. Stojan, Ju., & Jakovlev, S. (1986). *Matematicheskie modeli i optimizacionnye metody geometricheskogo proektirovanija* [Mathematical models and optimization methods for geometric design]. Kiev: Naukova dumka (in Russian)
[Стоян, Ю., & Яковлев, С. (1986). *Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования*. Киев: Наукова думка].